Kartennetz lehre

Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft

Prof. Dr.-Ing. G. Schweinfurth
Kartennetzlehre

Studienarbeit Kartennetzlehre

Arne Johannessen
3. Fachsemester
19. Juni 2006

Aufgabe 1
Berechnung und Kartierung eines Azimutalentwurfs

Gegeben:
Maßstab $M = 1{:}120\,000\,000$, Erdradius $R \approx 6370\,\text{km}$
$\Rightarrow$ Maßstabsfaktor $f = R \cdot M = 6370\,\text{km} : 120\,000\,000 \approx 5{,}31\,\text{cm}$

Abbildungsgleichungen der normalen stereographischen Projektion:

$\alpha = \lambda,\ m = 2 \cdot \tan\frac{\delta}{2}$ mit Poldistanz $\delta = 90° - \varphi$

Die Zeichnung 1 stellt das Netzgitter der konformen azimutalen Abbildung mit Meridianen im Abstand von 30° zu 30° und Parallelkreisen im Abstand von 15° zu 15° dar. Für die Umsetzung der Zeichnung wird für die Parallelkreise der jeweilige Radius $F = m \cdot f$ benötigt.

φ	δ	m	F
0°	90°	2	10,62 cm
15°	75°	1,53465	8,15 cm
30°	60°	1,15470	6,13 cm
45°	45°	0,82843	4,40 cm
60°	30°	0,53590	2,84 cm
75°	15°	0,26330	1,40 cm
90°	0°	0	0,00 cm

Längenverzerrungen LV: $h = \frac{d\left(2 \cdot \tan\frac{\delta}{2}\right)}{d\delta} = \frac{1}{\cos^2\frac{\delta}{2}}$

$$k = \frac{2 \cdot \tan\frac{\delta}{2}}{\sin\delta} = \frac{1}{\cos^2\frac{\delta}{2}}$$

$$h = k = a = b$$

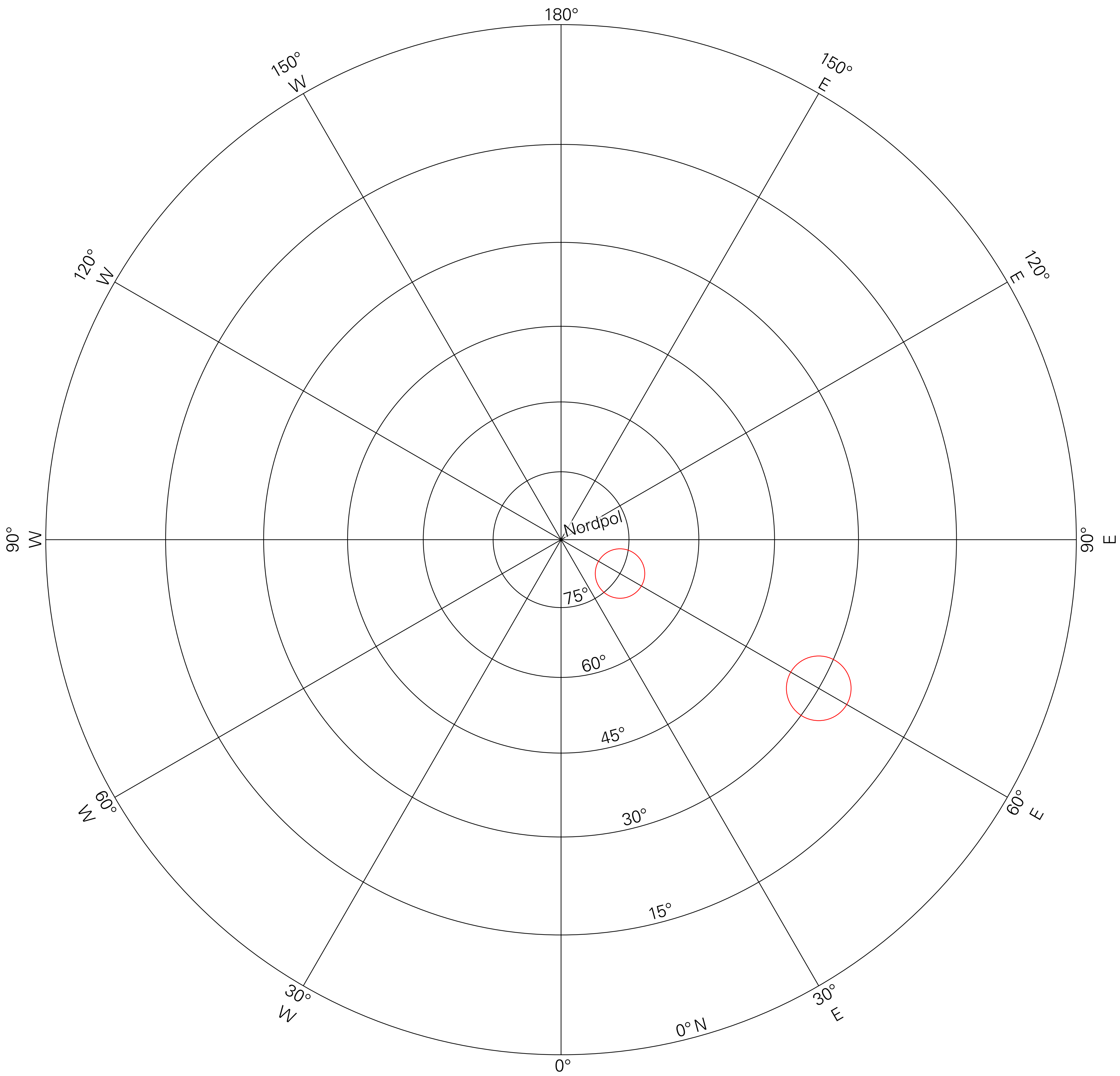
Winkelverzerrung WV: $\sin\omega = \frac{a-b}{a+b} = \frac{0}{a+b} = 0$

Flächenverzerrung FV: $\Phi = a \cdot b = \left(\cos^4\frac{\delta}{2}\right)^{-1}$

δ	LV	WV	FV
90°	2	0	4
75°	1,58879	0	2,52426
60°	1,33333	0	1,77778
45°	1,17157	0	1,37258
30°	1,07180	0	1,14875
15°	1,01733	0	1,03497
0°	1	0	1

Zeichnung 1

Winkeltreuer Azimutalentwurf
Maßstab 1 : 120 000 000



Aufgabe 2
Berechnung und Kartierung zweier Zylinderentwürfe

Gegeben:
Maßstab $M = 1{:}100\,000\,000$, Erdradius $R \approx 6370\,\mathrm{km}$
$\Rightarrow$ Maßstabsfaktor $f = R \cdot M = 6370\,\mathrm{km} : 100\,000\,000 = 6{,}37\,\mathrm{cm}$

Abbildungsgleichungen der flächentreuen Zylinderprojektion:
$x = \sin\varphi, \;\; y = \operatorname{arc}\lambda$

Die Zeichnung 2 stellt das Netzgitter der flächentreuen Zylinderprojektion mit Meridianen und Parallelkreisen im Abstand von 15° dar.

$\lvert\varphi\rvert$	$\lvert x\rvert$	$\lvert x\cdot f\rvert$	$\lvert\lambda\rvert$	$\lvert y\rvert$	$\lvert y\cdot f\rvert$
0°	0	0,00 cm	0°	0	0,00 cm
15°	0,25882	1,65 cm	15°	0,26180	1,67 cm
30°	0,50000	3,19 cm	30°	0,52360	3,34 cm
45°	0,70711	4,50 cm	45°	0,78540	5,00 cm
60°	0,86603	5,52 cm	60°	1,04720	6,67 cm
75°	0,96593	6,15 cm	75°	1,30900	8,34 cm
90°	1	6,37 cm	90°	1,57080	10,01 cm

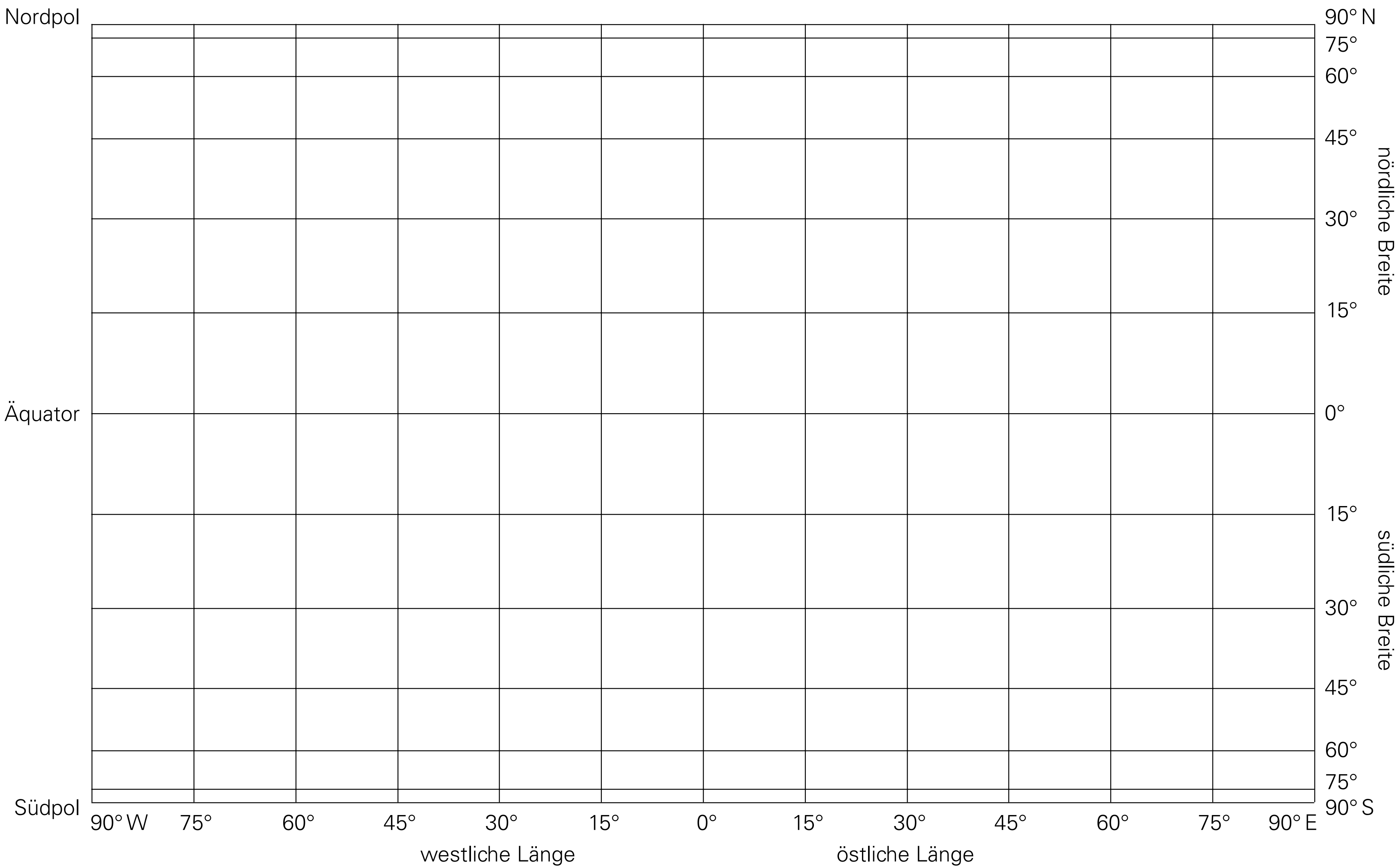
Abbildungsgleichungen der konformen Zylinderprojektion:
$x = \ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right), \;\; y = \operatorname{arc}\lambda$

Die Zeichnung 3 stellt das Netzgitter der winkeltreuen Zylinderprojektion mit Meridianen und Parallelkreisen im Abstand von 15° dar.

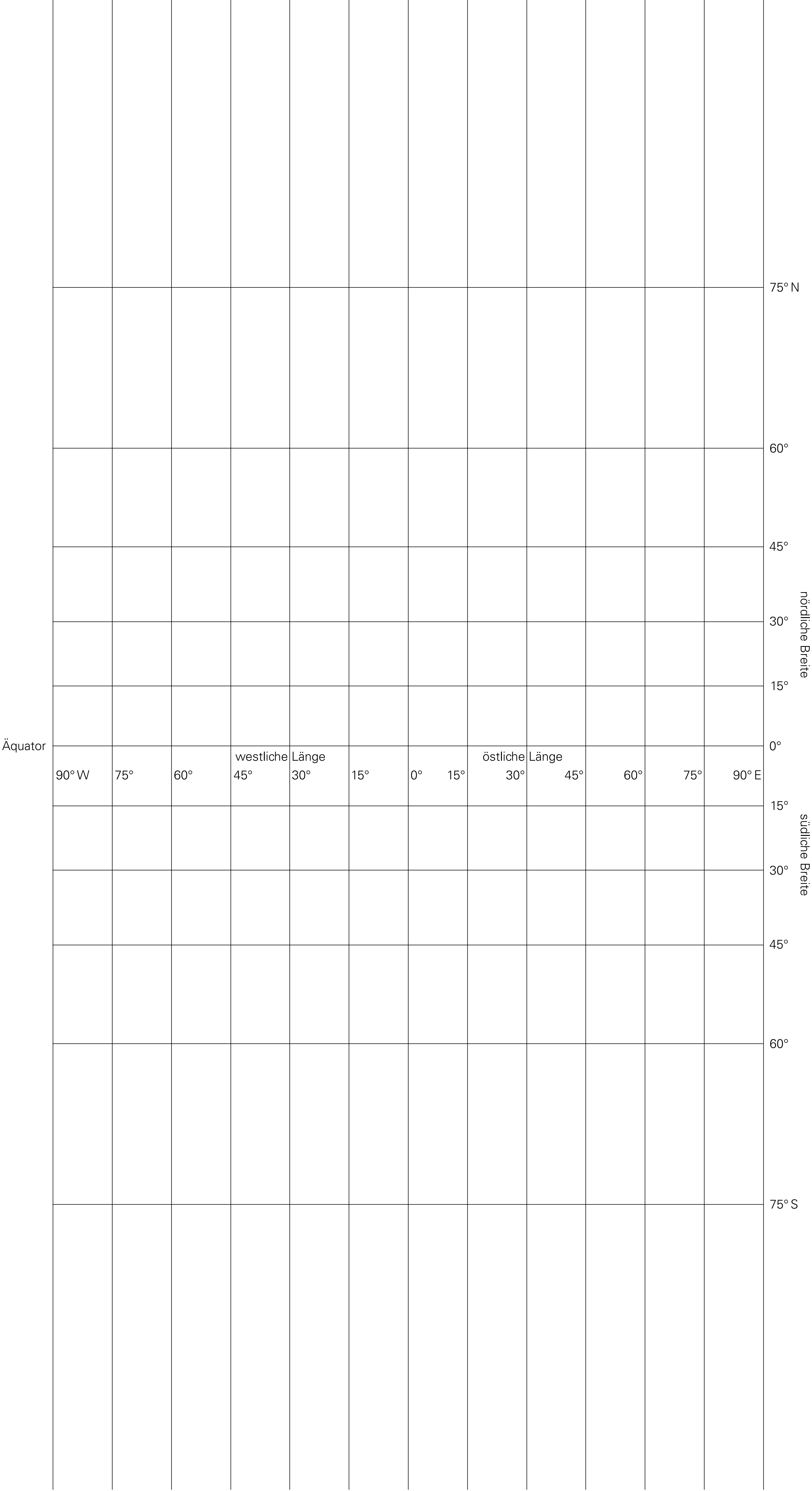
$\lvert\varphi\rvert$	$\lvert x\rvert$	$\lvert x\cdot f\rvert$	$\lvert\lambda\rvert$	$\lvert y\rvert$	$\lvert y\cdot f\rvert$
0°	0	0,00 cm	0°	0	0,00 cm
15°	0,26484	1,69 cm	15°	0,26180	1,67 cm
30°	0,54931	3,50 cm	30°	0,52360	3,34 cm
45°	0,88137	5,61 cm	45°	0,78540	5,00 cm
60°	1,31696	8,39 cm	60°	1,04720	6,67 cm
75°	2,02759	12,92 cm	75°	1,30900	8,34 cm
90°	∞	∞	90°	1,57080	10,01 cm

Zeichnung 2

Flächentreuer Zylinderentwurf
Maßstab 1 : 100 000 000



Zeichnung 3
Winkeltreuer Zylinderentwurf
Maßstab 1 : 100 000 000



Aufgabe 3
Berechnung und Kartierung eines Kegelentwurfs

Gegeben:
Maßstab $M = 1{:}100\,000\,000$, Erdradius $R \approx 6370\,\text{km}$
$\Rightarrow$ Maßstabsfaktor $f = R \cdot M = 6370\,\text{km} : 100\,000\,000 = 6{,}37\,\text{cm}$
Punkt A: $\varphi_A = 0°$, $\lambda_A = 60°$ W, Punkt B: $\varphi_B = 80°$ N, $\lambda_B = 80°$ E

Abbildungsgleichungen der flächentreuen Schnittkegelprojektion für die beiden längentreuen Parallelkreise $\varphi_1 = 60°$ N, $\varphi_2 = 20°$ N:

$$\alpha = n \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad n = \frac{\cos\delta_1 + \cos\delta_2}{2}$$

$$m = \sqrt{\frac{4}{n^2} \cdot \sin^2\frac{\delta_1}{2} \cdot \sin^2\frac{\delta_2}{2} + \frac{4}{n} \cdot \sin^2\frac{\delta}{2}}$$

mit Poldistanz $\delta = 90° - \varphi$

Die Zeichnung 4 stellt das Netzgitter der flächentreuen Schnittkegelprojektion mit Meridianen und Parallelkreisen im Abstand von 10° mit den Eckpunkten A und B dar. Für die Umsetzung der Zeichnung wird für die Parallelkreise der jeweilige Radius $F = m \cdot f$ benötigt.

φ	δ	m	F	$\lvert\lambda\rvert$	$\lvert\alpha\rvert$
0°	90°	1,88487	12,01 cm	0°	0°
10°	80°	1,72562	10,99 cm	10°	6,0°
20°	70°	1,55572	9,91 cm	20°	12,1°
30°	60°	1,37738	8,77 cm	30°	18,1°
40°	50°	1,19348	7,60 cm	40°	24,2°
50°	40°	1,00810	6,42 cm	50°	30,2°
60°	30°	0,82778	5,27 cm	60°	36,2°
70°	20°	0,66431	4,23 cm	70°	42,3°
80°	10°	0,54030	3,44 cm	80°	48,3°

Flächenverzerrung FV: $\Phi = a \cdot b = 1 \;\Leftarrow$ flächentreuer Entwurf

Längenverzerrungen LV: $h = \dfrac{dm}{d\delta} = \dfrac{\sin\delta}{m \cdot n}$

$$k = \frac{1}{h} = \frac{m \cdot n}{\sin\delta} \;\Leftarrow\; \Phi = 1$$

$$a = \begin{cases} k: \delta \notin (\delta_1, \delta_2) \\ h: \quad sonst \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} h: \delta \notin (\delta_1, \delta_2) \\ k: \quad sonst \end{cases}$$

Winkelverzerrung WV: $\sin\omega = \dfrac{a-b}{a+b} = \begin{cases} \dfrac{k-h}{k+h} : \delta \notin (\delta_1, \delta_2) \\ \dfrac{h-k}{h+k} : \quad sonst \end{cases}$

Die Punkte A und B liegen beide außerhalb des Bereichs zwischen den beiden längentreuen Parallelkreisen; es gilt $\delta_A, \delta_B \notin (\delta_1, \delta_2)$. Damit ist $h < k$ und somit $h = b$ und $k = a$. Mit Einsetzen ergibt sich:

$h_A = b_A \approx 0{,}87834$, $k_A = a_A \approx 1{,}13851$, $\Phi_A = 1$, $\sin\omega_A \approx 0{,}12900$
$h_B = b_B \approx 0{,}53209$, $k_B = a_B \approx 1{,}87939$, $\Phi_B = 1$, $\sin\omega_B \approx 0{,}55870$

Zeichnung 4

Flächentreuer Kegelentwurf
Maßstab 1 : 100 000 000